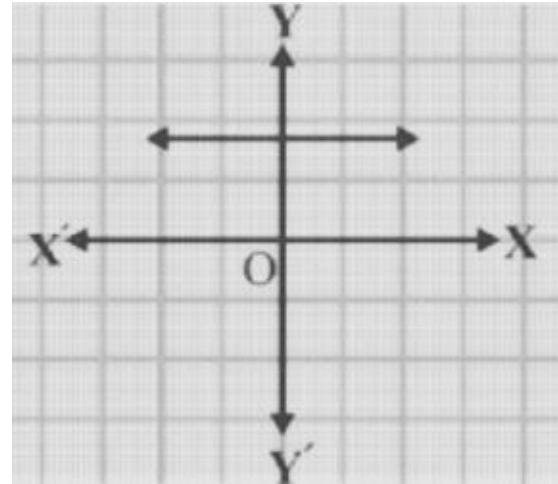


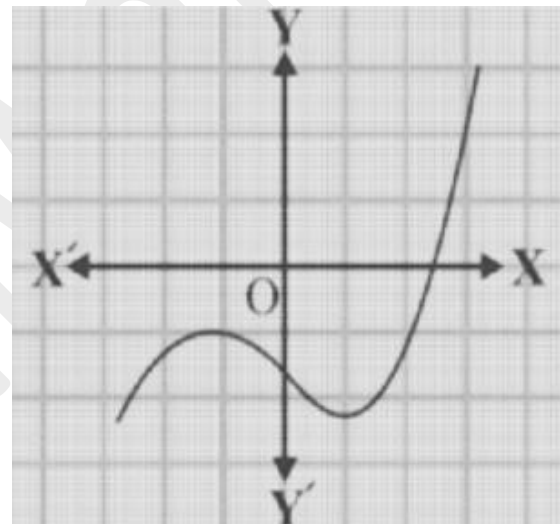
प्रश्नावली 2.1

1. किसी बहुपद $P(x)$ के लिए, $y = P(x)$ का ग्राफ नीचे आकृति में दिया है। प्रत्येक स्थिति में, $P(x)$ के शून्यकों की संख्या ज्ञात कीजिए।

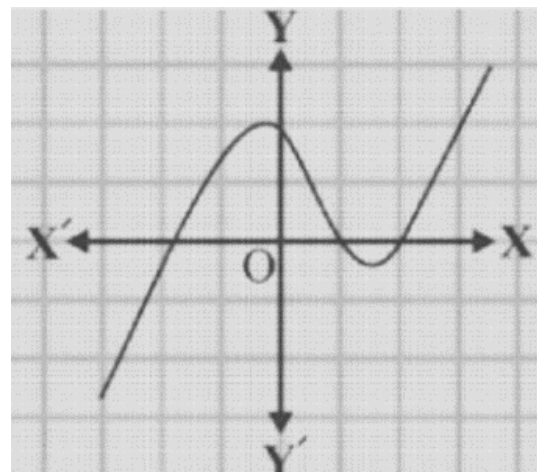
- (i) हल: दिए गए $P(x)$ का आलेख x -अक्ष को किसी भी बिंदु पर नहीं काटता है
 $\therefore$ शून्यकों की संख्या = शून्य। Ans.



- (ii) हल: दिए गए $P(x)$ का आलेख x -अक्ष को एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करता है।
 $\therefore$ शून्यकों की संख्या = 1. Ans.

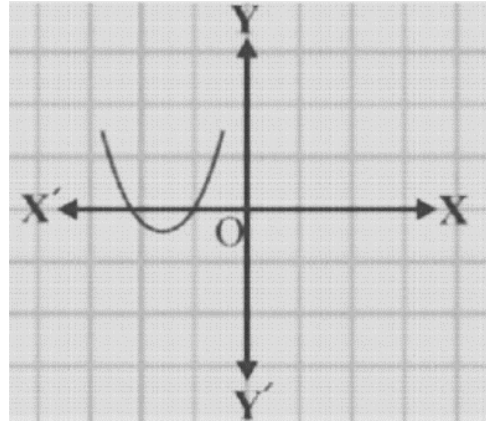


- (iii) हल: दिए गए $P(x)$ का आलेख x -अक्ष को तीन बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करता है।
 $\therefore$ शून्यकों की संख्या = 3. Ans.



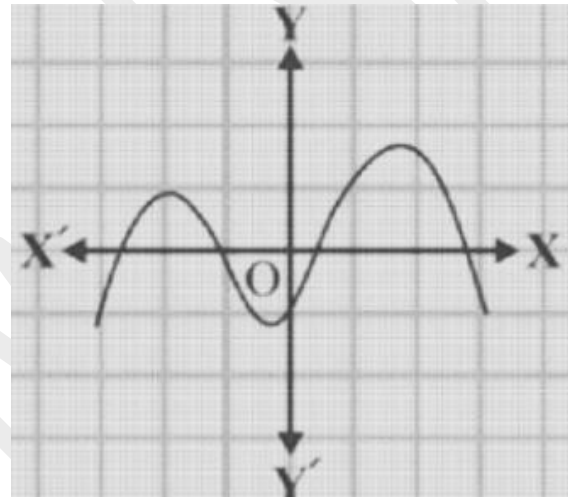
(iv) हल: दिए गए $P(x)$ का आलेख
x-अक्ष को दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद
करता है।

$\therefore$ शून्यकों की संख्या = 2. Ans.



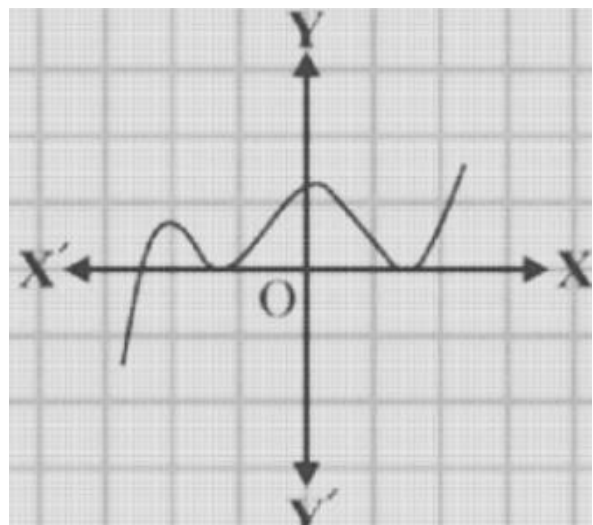
(v) हल: दिए गए $P(x)$ का आलेख
x-अक्ष को चार बिंदुओं पर प्रतिच्छेद
करता है।

$\therefore$ शून्यकों की संख्या = 4. Ans.



(vi) हल: दिए गए $P(x)$ का आलेख
x-अक्ष को तीन बिंदुओं पर प्रतिच्छेद
करता है।

$\therefore$ शून्यकों की संख्या = 3. Ans.



प्रश्नावली 2.2

1. निम्नलिखित द्विघात बहुपदों के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए: -

(i) $x^2 - 2x - 8$

हल: $P(x) = x^2 - 2x - 8$

$$= x^2 - 4x + 2x - 8$$

$$= x(x - 4) + 2(x - 4)$$

$$= (x - 4)(x + 2)$$

$P(x)$ के शून्यक ज्ञात करने के लिए

$$x - 4 = 0 \text{ या } x + 2 = 0$$

$$x = 4 \text{ या } x = -2$$

∴ $P(x)$ के शून्य 4 और -2 हैं।

∴ शून्यकों का योग

$$= 4 + (-2)$$

$$= 2$$

$$= \frac{-(-2)}{1}$$

$$= \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

और शून्यकों का गुणनफल

$$= 4 \cdot (-2)$$

$$= -8$$

$$= \frac{-8}{1}$$

$$= \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

अतः शून्यकों और गुणांकों के बीच संबंध सत्यापित होता है।

(ii) $4s^2 - 4s + 1$

हल: $P(s) = 4s^2 - 4s + 1$

$$= 4s^2 - 2s - 2s + 1$$

$$= 2s(2s - 1) - 1(2s - 1)$$

$$= (2s - 1)(2s - 1)$$

$P(s)$ के शून्यक ज्ञात करने के लिए

$$2s - 1 = 0 \text{ या } 2s - 1 = 0$$

$$s = \frac{1}{2} \text{ या } s = \frac{1}{2}$$

∴ $P(s)$ के शून्यक $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{2}$ हैं।

∴ शून्यकों का योग

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= 1$$

$$= \frac{-(-4)}{4}$$

$$= \frac{-s \text{ का गुणांक}}{s^2 \text{ का गुणांक}}$$

और शून्यकों का गुणनफल

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{4}$$

$$= \frac{\text{अचर पद}}{s^2 \text{ का गुणांक}}$$

अतः शून्यकों और गुणांकों के बीच संबंध सत्यापित होता है।

(iii) $6x^2 - 3 - 7x$

$$\begin{aligned}\text{हल: } P(x) &= 6x^2 - 3 - 7x \\ &= 6x^2 - 7x - 3 \\ &= 6x^2 - 9x + 2x - 3 \\ &= 3x(2x - 3) + 1(2x - 3) \\ &= (2x - 3)(3x + 1)\end{aligned}$$

$P(x)$ के शून्यक ज्ञात करने के लिए

$$2x - 3 = 0 \text{ या } 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ या } x = -\frac{1}{3}$$

$\therefore P(x)$ के शून्यक $\frac{3}{2}$ और $-\frac{1}{3}$ हैं

$\therefore$ शून्यकों का योग

$$\begin{aligned}&= \frac{3}{2} + \left(-\frac{1}{3}\right) \\ &= \frac{9-2}{6} \\ &= \frac{-(-7)}{6} \\ &= \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}\end{aligned}$$

और शून्यकों का गुणनफल

$$\begin{aligned}&= \frac{3}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right) \\ &= \frac{-1}{2} \\ &= \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}\end{aligned}$$

अतः शून्यकों और गुणांकों के बीच संबंध सत्यापित होता है।

(iv) $4u^2 + 8u$

$$\begin{aligned}\text{हल: } P(u) &= 4u^2 + 8u \\ &= 4u(u + 2)\end{aligned}$$

$P(u)$ के शून्यक ज्ञात करने के लिए

$$4u = 0 \text{ या } u + 2 = 0$$

$$u = 0 \text{ या } u = -2$$

$\therefore P(u)$ के शून्य 0 और -2 हैं।

$\therefore$ शून्यकों का योग

$$\begin{aligned}&= 0 + (-2) \\ &= -2 \\ &= \frac{-(-8)}{4} \\ &= \frac{-u \text{ का गुणांक}}{u^2 \text{ का गुणांक}}\end{aligned}$$

और शून्यकों का गुणनफल

$$\begin{aligned}&= 0 \cdot (-2) \\ &= 0 \\ &= \frac{0}{4} \\ &= \frac{\text{अचर पद}}{u^2 \text{ का गुणांक}}\end{aligned}$$

अतः शून्यकों और गुणांकों के बीच संबंध सत्यापित होता है।

(v) $t^2 - 15$

हल: $P(t) = t^2 - 15$

$$= t^2 - (\sqrt{15})^2$$

$$= (t - \sqrt{15})(t + \sqrt{15})$$

$P(t)$ के शून्यक ज्ञात करने के लिए

$$t - \sqrt{15} = 0 \text{ या } t + \sqrt{15} = 0$$

$$t = \sqrt{15} \text{ या } t = -\sqrt{15}$$

$\therefore P(t)$ के शून्यक $\sqrt{15}$ और $-\sqrt{15}$ हैं।

$\therefore$ शून्यकों का योग

$$= \sqrt{15} + (-\sqrt{15})$$

$$= 0$$

$$= \frac{-0}{1}$$

$$= \frac{-t \text{ का गुणांक}}{t^2 \text{ का गुणांक}}$$

और शून्यकों का गुणनफल

$$= \sqrt{15} \cdot (-\sqrt{15})$$

$$= -15$$

$$= \frac{-15}{1}$$

$$= \frac{\text{अचर पद}}{t^2 \text{ का गुणांक}}$$

अतः शून्यकों और गुणांकों के बीच संबंध सत्यापित होता है।

(vi) $3x^2 - x - 4$

हल: $P(x) = 3x^2 - x - 4$

$$= 3x^2 - 4x + 3x - 4$$

$$= x(3x - 4) + 1(3x - 4)$$

$$= (3x - 4)(x + 1)$$

$P(x)$ के शून्यक ज्ञात करने के लिए

$$3x - 4 = 0 \text{ या } x + 1 = 0$$

$$x = \frac{4}{3} \text{ या } x = -1$$

$\therefore P(x)$ के शून्य $\frac{4}{3}$ और -1 हैं।

$\therefore$ शून्यकों का योग

$$= \frac{4}{3} + (-1)$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$= \frac{-(-1)}{3}$$

$$= \frac{-x \text{ का गुणांक}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

और शून्यकों का गुणनफल

$$= \frac{4}{3} \cdot (-1)$$

$$= \frac{-4}{3}$$

$$= \frac{\text{अचर पद}}{x^2 \text{ का गुणांक}}$$

अतः शून्यकों और गुणांकों के बीच संबंध सत्यापित होता है।

2. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसको शून्यकों के योग और गुणनफल क्रमशः दी गई संख्याएँ हैं:

(i) $S = \frac{1}{4}$ और $P = -1$

हल: $S = \frac{1}{4}$ and $P = -1$

$$\begin{aligned}\therefore P(x) &= x^2 - \text{शून्यकों का योग } x + \text{शून्यकों का गुणनफल} \\ &= x^2 - \left(\frac{1}{4}\right)x + (-1) \\ &= x^2 - \frac{1}{4}x - 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{द्विघात बहुपद हो सकता है} &= 4 \left(x^2 - \frac{1}{4}x - 1\right) \\ &= 4x^2 - x - 4 \text{ Ans.}\end{aligned}$$

दूसरा हल: $S = \frac{1}{4}$ और $P = -1$

$$\Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{1}{4} \text{ और } \frac{c}{a} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{1}{4} \text{ और } \frac{c}{a} = \frac{-4}{4}$$

$$\Rightarrow a = 4, -b = 1 \text{ और } c = -4$$

या, $a = 4, b = -1$ और $c = -4$

$$\therefore P(x) = ax^2 + bx + c$$

या, $P(x) = 4x^2 - x - 4 \text{ Ans.}$

(ii) $S = \sqrt{2}$ और $P = \frac{1}{3}$

हल: $S = \sqrt{2}$ and $P = \frac{1}{3}$

$$\begin{aligned}\therefore P(x) &= x^2 - \text{शून्यकों का योग } x + \text{शून्यकों का गुणनफल} \\ &= x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{द्विघात बहुपद हो सकता है} &= 3 \left(x^2 - \sqrt{2}x + \frac{1}{3}\right) \\ &= 3x^2 - \sqrt{2}x - 1 \text{ Ans.}\end{aligned}$$

दूसरा हल: $S = \sqrt{2}$ और $P = \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{\sqrt{2}}{1} \text{ और } \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{3\sqrt{2}}{3} \text{ और } \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow a = 3, -b = 3\sqrt{2} \text{ और } c = 1$$

या, $a = 3, b = -3\sqrt{2}$ और $c = 1$

$$\therefore P(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\text{या, } P(x) = 3x^2 - 3\sqrt{2}x + 1 \text{ Ans.}$$

(iii) $0, \sqrt{5}$

$$\text{हल: } S = 0 \text{ and } P = \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \therefore P(x) &= x^2 - \text{शून्यकों का योग } x + \text{शून्यकों का गुणनफल} \\ &= x^2 - 0x + \sqrt{5} \\ &= x^2 + \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{द्विघात बहुपद है } = x^2 + \sqrt{5}. \text{ Ans.}$$

$$\text{दूसरा हल: } S = 0 \text{ और } P = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{0}{1} \text{ और } \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{1}$$

$$\Rightarrow a = 1, -b = 0 \text{ और } c = \sqrt{5}$$

$$\text{या, } a = 1, b = 0 \text{ और } c = \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \therefore P(x) &= ax^2 + bx + c \\ &= x^2 + 0x + \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\text{या, } P(x) = x^2 + \sqrt{5} \text{ Ans.}$$

(iv) 1, 1

$$\text{हल: } S = 1 \text{ और } P = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore P(x) &= x^2 - \text{शून्यकों का योग } x + \text{शून्यकों का गुणनफल} \\ &= x^2 - 1 \cdot x + 1 \\ &= x^2 - x + 1 \text{ Ans.} \end{aligned}$$

$$(v) S = \frac{-1}{4} \text{ और } P = \frac{1}{4}$$

$$\text{हल: } S = \frac{-1}{4} \text{ and } P = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} \therefore P(x) &= x^2 - \text{शून्यकों का योग } x + \text{शून्यकों का गुणनफल} \\ &= x^2 - \left(\frac{-1}{4}\right)x + \frac{1}{4} \\ &= x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{द्विघात बहुपद हो सकता है } &= 4 \left(x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}\right) \\ &= 4x^2 + x + 1 \text{ Ans.} \end{aligned}$$

दूसरा हल: $S = \frac{-1}{4}$ और $P = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{-1}{4} \text{ और } \frac{c}{a} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow a = 4, -b = -1 \text{ और } c = 1$$

या, $a = 4, b = 1$ और $c = 1$

$$\begin{aligned} \therefore P(x) &= ax^2 + bx + c \\ &= 4x^2 + 1 \cdot x + 1 \\ &= 4x^2 + x + 1 \text{ Ans.} \end{aligned}$$

(vi) $S = 4, P = 1$

हल: $S = 4$ और $P = 1$

$$\begin{aligned} \therefore P(x) &= x^2 - \text{शून्यकों का योग } x + \text{शून्यकों का गुणनफल} \\ &= x^2 - 4 \cdot x + 1 \\ &= x^2 - 4x + 1 \text{ Ans.} \end{aligned}$$